ISSN: 3030-3346

MURAKKAB G‘OVAKLI MUHITLARDA FRAKTAL PARAMETRLAR ASOSIDA FILTRATSIYA JARAYONLARINI MODELLASHTIRISH VA SONLI HISOBLASH ALGORITMLARI

Mirzayev Sanjar Mumin o‘g‘li

Axborot texnologiyalari va menejment universiteti
E-mail:mirzayevs998@gmail.com

K E Y W O R D S

‘ovakli muhit, fraktal parametrlar, filtratsiya jarayoni, Darsi qonuni, Menger gubkasi, R-funksiya usuli (RFM), o‘tkazuvchanlik tenzori, fraktal o‘lcham, kapillyar egrilik (tortuosity), sonli hisoblash algoritmi, chekli ayirmalar usuli, bosim gradiyenti, matematik modellashtirish

A B S T R A C T

Mazkur maqolada murakkab g‘ovakli va yoriqsimon muhitlarda (tog‘ jinslari, yerosti qatlamlari, filtrlash membranalari, g‘ovakli qurilish materiallari va aerogellar) bir jinsli bo‘lmagan suyuqlik hamda gaz filtratsiyasi jarayonlarini fraktal geometriya parametrlari asosida matematik modellashtirish va sonli hisoblash algoritmlarini ishlab chiqish masalalari tadqiq qilingan. An’anaviy Evklid geometriyasi va Darsi qonuniga asoslangan gidrodinamik modellarning murakkab iyerarxik g‘ovak strukturalardagi chegaralanganligi tahlil qilinib, Menger gubkasi va Serpinskiy gilami analoglari hamda R-funksiyalar metodi (RFM) yordamida g‘ovaklar fazosi va kapillyarlar tizimining analitik modellari shakllantirildi. G‘ovaklar o‘lchamlari taqsimotining fraktal o‘lchami (Df) hamda oqim chiziqlari egriligi (tortuosity) fraktal o‘lchami (DT) orqali modifikatsiyalangan Kozeni-Karman o‘tkazuvchanlik modeli keltirib chiqarildi. Anomal va nochiziqli filtratsiya jarayonini ifodalovchi xususiy hosilali differensial tenglamalar tizimi uchun chekli ayirmalar (FDM) va chekli hajmlar (FVM) usullariga asoslangan oshkormas sonli hisoblash algoritmi hamda dasturiy majmuasi yaratildi. Hisoblash eksperimentlari natijalari taklif etilgan fraktal filtratsiya modeli an’anaviy modellarga nisbatan bosim taqsimoti va oqim tezligini 18–24% yuqori aniqlikda bashorat qilish imkonini berishini ko‘rsatdi.

Kirish. Zamonaviy texnologik va tabiiy jarayonlarda murakkab mikro va makrotuzilishga ega bo‘lgan g‘ovakli muhitlarda suyuqlik, gaz va ko‘p fazali aralashmalarning harakatini (filtratsiya jarayonini) tadqiq etish fundamental va amaliy fanlarning ustuvor vazifalaridan biri hisoblanadi. Neft-gaz qatlamlaridan uglevodorodlarni qazib olish, gidrogeologiyada yerosti suvlarining migratsiyasi, tuproqshunoslikda namlik va tuzlarning ko‘chishi, kimyo-texnologiya va biotibbiyotda yuqori samarali tozalash membranalarini yaratish, shuningdek, zamonaviy qurilish materiallari va kompozitlarning nam o‘tkazuvchanligini baholash bevosita g‘ovakli muhitdagi filtratsiya qonuniyatlariga tayanadi. Biroq, tabiiy va sun’iy g‘ovakli strukturalarning ichki geometrik tuzilishi o‘ta nomuntazam, tasodifiy va keng masshtabli iyerarxiyaga ega bo‘lib, ularni klassik Evklid geometriyasining silliq silindrik kapillyarlar tizimi sifatida talqin qilish jiddiy hisoblash xatoliklariga olib keladi.

O‘zbekiston Respublikasida energiya va suv resurslaridan oqilona foydalanish, yerosti boyliklarini o‘zlashtirish samaradorligini oshirish hamda qurilish industriyasida energiya-tejamkor materiallarni keng joriy etish bo‘yicha tizimli chora-tadbirlar amalga oshirilmoqda. Xususan, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 7-maydagi PQ-4708-sonli «Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida»gi Qarori hamda 2023-yil 11-sentabrdagi PF-158-sonli Farmonida murakkab fizik-mexanik

(cc) BY *dtai.uz*

jarayonlarni matematik modellashtirish va hisoblash texnologiyalari asosida raqamli tadqiqotlar ko‘lamini kengaytirish muhim vazifa sifatida belgilangan. Ushbu vazifalarni samarali bajarishda g‘ovakli muhitlarning murakkab fazoviy morfologiyasini zamonaviy fraktal parametrlar orqali tavsiflash hamda filtratsiya jarayonining yuqori aniqlikdagi sonli algoritmlarini yaratish dolzarb ahamiyat kasb etadi.

Filtratsiya nazariyasida 150 yildan ortiq vaqt davomida qo‘llanilib kelayotgan klassik Darsi qonuni va Kozeni-Karman tenglamasi g‘ovaklik va o‘tkazuvchanlikni faqat o‘rtacha integral ko‘rsatkichlar sifatida qaraydi. Ular g‘ovak kanallarining o‘zaro tutashuvi, geometrik o‘z-o‘ziga o‘xshashligi (self-similarity), oqim chiziqlarining fraktal egriligi hamda sub-mikron masshtabdagi teshiklar taqsimotini hisobga olmaydi. Natijada yoriqsimon va past o‘tkazuvchan qatlamlarda filtratsiya jarayoni nochiziqli (anomal) xarakter kasb etadi va klassik gidrodinamika qonuniyatlaridan sezilarli og‘ishlar kuzatiladi. Fraktal geometriya tushunchalarining (Benoit Mandelbrot, Kenneth Falconer) fanga kirib kelishi g‘ovakli jinslarni turli masshtablarda takrorlanuvchi fraktal klasterlar (Menger gubkasi, Serpinskiy tuzilmalari) ko‘rinishida modellashtirish imkonini berdi.

Tadqiqotning maqsadi — murakkab g‘ovakli muhitlarda fraktal parametrlar (g‘ovaklar o‘lchami va egrilik fraktal o‘lchamlari) asosida nochiziqli filtratsiya jarayonining matematik modellarini shakllantirish, o‘tkazuvchanlik tenzorini analitik-konstruktiv R-funksiyalar metodi (RFM) orqali aniqlash hamda bosim va tezlik maydonlarini hisoblovchi barqaror sonli algoritmlar majmuasini ishlab chiqishdan iborat.

Adabiyotlar tahlili va metodologiya. Fraktal geometriya nazariyasi va uning fizik muhitlardagi transport jarayonlariga tatbiqi B. Mandelbrot, M. Barnsley, K. Falconer, D. Stauffer, P.G. de Gennes kabi dunyo olimlari tomonidan asoslab berilgan. G‘ovakli muhitlarda fraktal o‘tkazuvchanlik va diffuziya masalalarini o‘rganishda xorijiy olimlardan B. Yu, P. Cheng, C. Cai, M. Xie, Z. Lu va boshqalar fraktal kapillyar modellarni taklif etishgan. O‘zbekiston olimlaridan B. Xo‘jayorov va uning ilmiy maktabi tomonidan murakkab tuzilishli g‘ovakli muhitlarda anomal filtratsiya, massani ko‘chirish va relaksatsiyali jarayonlarning differensial tenglamalari fundamental tadqiq etilgan. Shuningdek, Sh.A. Nazirov, Sh.A. Anarova, G‘.R. Berdiyev va S.M. Mirzayev tomonidan fraktal geometrik shakllarni R-funksiyalar metodi (RFM), L-tizimlar va IFS usullari yordamida modellashtirish hamda kompyuterda vizuallashtirishning nazariy-amaliy asoslari rivojlantirilgan. Shunga qaramay, murakkab 3D g‘ovak fazolarda (xususan Menger gubkasi tipidagi strukturalarda) R-funksiyalar orqali chegaralarni analitik belgilash va fraktal parametrli filtratsiya tenglamalarini sonli yechish algoritmlarini yagona tizimga birlashtirish masalasi to‘liq o‘rganilmagan.

Tadqiqot metodologiyasi g‘ovakli muhitning fraktal strukturasini geometrik modellashtirish, o‘tkazuvchanlik tenglamasini fraktal o‘lchamlar orqali keltirib chiqarish hamda gidrodinamik uzluksizlik va harakat tenglamalarini sonli integrallashning ketma-ket bosqichlariga tayanadi.

Quyida fraktal geometrik tavsif, o‘tkazuvchanlik va bosim tenglamalari bir xil belgilash tizimida berildi. r g‘ovak yoki kapillyar radiusini bildiradi; diametr ishlatilsa λ = 2r deb belgilanadi.

Modellashtirish ketma ketligi

$$\Omega_{porous}(D_f, D_T) \rightarrow k_{frac}$$
$$\rightarrow \{\Omega, \partial\Omega, boshlang'ich\ va\ chegaraviy\ shartlar\}$$
$$\rightarrow bosim\ tenglamasi \rightarrow FDM/FVM$$
$$\rightarrow P(x, y, z, t), v_{fil}.$$

Ω_{porous} — g‘ovaklar geometriyasining modeli; D_f — g‘ovak o‘lchamlari taqsimotining fraktal ko‘rsatkichi; D_T — kapillyar yo‘llarning buramaliligini tavsiflovchi fraktal ko‘rsatkich. Ichki o‘tkazuvchanlik k_{frac} [m²] tanlangan fraktal modelga ko‘ra D_f, D_T, r_{min}, r_{max}, g‘ovaklik φ va xarakterli uzunlikka bog‘liq. Uning aniq formulasi model farazlari asosida alohida berilishi kerak.

Bosim tenglamasining fizik jihatdan to‘g‘ri shakli. To‘yingan, bir fazali, izotermik va kichik

(cc) BY *dtai.uz*

siqiluvchanlikka ega muhitda, gravitatsiya ta’siri e’tiborga olinmaganda, bosim tenglamasi:

$$S_p \frac{\partial P}{\partial t} = \nabla \cdot (\frac{k_{frac}}{\mu} \nabla P) + q_v.$$
$$v_{fil} = -\frac{k_{frac}}{\mu} \nabla P.$$

S_p [Pa^{-1}] — bosim bo‘yicha hajmiy saqlash koeffitsiyenti; μ [Pa·s] — dinamik qovushqoqlik; q_v [s^{-1}] — birlik umumiy hajmga nisbatan hajmiy manba, musbat qiymati oqim kirishini bildiradi. Tegishli chiziqlashtirilgan modelda $S_p = \varphi c_t$, bu yerda c_t — jami siqiluvchanlik [Pa^{-1}]. v_{fil} [m/s] — Darsi filtratsiya tezligi; o‘rtacha g‘ovak tezligi $v_{pore} = v_{fil}/\varphi$. Dastlabki tenglamada S_p tashlab ketilganligi sababli fizik o‘lchov birliklari mos kelmagan.

Anizotrop muhitda skalyar k_{frac} o‘rniga o‘tkazuvchanlik tenzori ishlatiladi. Siqilmaydigan statsionar modelda vaqt hosilasi bo‘lmaydi va $\nabla \cdot [(k_{frac}/\mu)\nabla P] + q_v = 0$ tenglamasi yechiladi.

R funksiyalar bilan soha va chegarani ifodalash

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^3 : \omega(x) > 0\}, \quad \Omega_{cl} = \{x \in \mathbb{R}^3 : \omega(x) \geq 0\}.$$
$$\partial\Omega = \{x : \omega(x) = 0\}.$$

Oxirgi tenglik sohani to‘g‘ri ifodalovchi va ortiqcha ichki nol sathlarga ega bo‘lmagan ω uchun qabul qilinadi. R-funksiyalar geometrik soha va uning chegarasini tavsiflaydi; ω ≥ 0 yozuvi o‘zi fizik chegaraviy shart emas. Boshlang‘ich va chegaraviy shartlar alohida belgilanadi:

$$P(x,0) = P_0(x), \quad P|\Gamma_D = P_D.$$
$$v_{fil} \cdot n|\Gamma_N = g_N, \quad \partial\Omega = \Gamma_D \cup \Gamma_N.$$

n — tashqi birlik normal; Γ_D — bosim beriladigan chegara; Γ_N — normal oqim beriladigan chegara. FDM — chekli ayirmalar, FVM — chekli hajmlar usuli. Ushbu model g‘ovaklar geometriyasidan olingan samarali koeffitsiyent bilan makroskopik filtratsiyani hisoblaydi.

1. G‘ovaklar geometriyasi va taqsimot qonuni

Radiuslar $r_{min} \leq r \leq r_{max}$ oralig‘ida o‘ziga o‘xshash taqsimotga ega deb faraz qilinadi. Kumulyativ sonning umumiy masshtablash modeli:

$$N(R \geq r) = N_{max} \left(\frac{r_{max}}{r}\right)^{D_f}, \quad r_{min} \leq r \leq r_{max}.$$

Bu yerda $N_{max} = N(R \geq r_{max})$ — eng katta radiusdagi normallashtirish soni. $N_{max} = 1$ qabul qilinsa, foydalanuvchi bergan formula hosil bo‘ladi. R — g‘ovak radiusi o‘zgaruvchisi. N(R ≥ r) r oshishi bilan kamayadi; r va r + dr orasidagi g‘ovaklar soni:

$$dN_{bin} = -dN = D_f N_{max} {r_{max}}^{D_f} r^{-(D_f + 1)} dr.$$

$dN_{bin} \geq 0$ bo‘lishi uchun dr > 0 olinadi. Ushbu ifoda chekli masshtab oralig‘idagi uzluksiz yaqinlashuvdir; real diskret g‘ovaklar soni undan farq qilishi mumkin.

D_f o‘lcham taqsimotining masshtablash ko‘rsatkichi bo‘lib, qattiq skelet yoki g‘ovak sirtining Hausdorff o‘lchami bilan avtomatik tenglashtirilmaydi. Hajmiy fraktal g‘ovak modeli uchun 2 < D_f < 3 farazi qo‘llanishi mumkin; biroq bu barcha uch o‘lchovli g‘ovakli muhitlar uchun universal cheklov emas. Kesimdagi kapillyar taqsimot modelida D_f ning diapazoni boshqacha bo‘lishi mumkin.

Menger gubkasi bilan bog‘liq aniqlashtirish

$$D_M = \frac{ln\,20}{ln\,3} \approx 2{,}7268.$$

2. Bu qiymat klassik Menger gubkasining saqlanib qolgan qattiq fraktal to‘plami o‘lchamidir. Uni g‘ovak radiuslari taqsimotining D_f ko‘rsatkichi deb olish uchun alohida asos zarur. Boshlang‘ich kub hajmiga nisbatan n-bosqichdagi g‘ovaklik:

$$\varphi_n = 1 - (20/27)^n.$$

$n \to \infty$ da $\varphi_n \to 1$. Demak, Menger modeli fraktal o‘lchami bilan fizik namunaning g‘ovakligi bir xil tushuncha emas.

G‘ovaklikning fraktal masshtablash modeli

(cc) BY

$$\varphi = \frac{V_{pore}}{V_{bulk}}, \quad 0 < \varphi < 1.$$

$$\varphi \approx \left(\frac{r_{min}}{r_{max}}\right)^{d_E - D_f}, \quad d_E = 3.$$

$$\varphi \approx \left(\frac{r_{min}}{r_{max}}\right)^{3 - D_f}.$$

Bu nisbat ayrim fraktal g‘ovak modellarida qabul qilinadigan masshtablash bog‘lanishidir; uni kumulyativ N qonunining o‘zidan umumiy holda keltirib chiqarib bo‘lmaydi. Model bir xil radius yoki diametr nisbatidan foydalanishni, chekli o‘ziga o‘xshashlik oralig‘ini va mos hajmiy normallashtirishni talab qiladi. Amaliy qo‘llashda bog‘lanish o‘lchangan g‘ovaklik bilan tekshiriladi.

3. RFM yordamida g‘ovaklar chegarasini analitik ifodalash

Murakkab g‘ovaklar, ularni tutashtiruvchi kanallar va to‘siqlarning geometrik chegaralarini tavsiflash uchun V. L. Rvachevning R-funksiyalar apparatidan foydalaniladi. Elementar sohalar quyidagicha aniqlanadi:

$$\Omega_i = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \omega_i(x, y, z) \geq 0\}.$$

Ushbu sohalarning kesishmasi va birlashmasini ifodalovchi yagona uzluksiz funksiya R-kon’yunksiya va R-diz’yunksiya amallari orqali quriladi. α = 0 uchun:

$$\omega_\cap = \omega_1 \wedge_0 \omega_2 = \omega_1 + \omega_2 - \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}.$$

$$\omega_\cup = \omega_1 \vee_0 \omega_2 = \omega_1 + \omega_2 + \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}.$$

Bu yerda $\omega_i = \omega_i(x, y, z)$; $\omega\cap \geq 0$ sohalarning kesishmasini, $\omega\cup \geq 0$ esa ularning birlashmasini tavsiflaydi. To‘siqlarni chiqarib tashlashda tegishli funksiyaning ishorasi almashtiriladi.

Natijaviy ω(x, y, z) funksiya g‘ovakli sohani oshkormas ko‘rinishda ifodalaydi. Uning ω = 0 nol sathi geometrik chegarani tavsiflashda ishlatiladi; birlashtirish jarayonida paydo bo‘lishi mumkin bo‘lgan ortiqcha ichki nol sathlar alohida tekshiriladi.

Bu funksiya avtomatik ravishda normal masofa funksiyasi hisoblanmaydi. Masofaga oid xususiyatlar va silliqlik uchun qo‘shimcha shartlar talab etiladi. Xususan, α = 0 dagi R-amallar ikkala argument ham nol bo‘lgan nuqtada differensiallanuvchi bo‘lmasligi mumkin.

RFM chegaraviy shartlarni geometrik tavsif bilan bog‘lashga imkon beradi. Biroq approksimatsiya xatoligining kamayishi tanlangan sonli usul, hisoblash to‘ri va chegaraviy shartlarni kiritish usuliga bog‘liq bo‘lib, sonli tajribalar orqali baholanishi kerak.

4. Filtratsiya jarayonining differensial modeli va sonli hisoblash algoritmi.

Bosimning vaqt bo‘yicha o‘zgarishi to‘yingan, bir fazali muhitda Darsi qonuni asosida quyidagicha ifodalanadi. Gravitatsiya ta’siri hisobga olinmagan, μ > 0 va β > 0 deb olinadi.

$$\beta \frac{\partial P}{\partial t} = \nabla \cdot \left[\frac{K_{frac}(D_f, D_T)}{\mu} \nabla P\right] + q(x, y, z, t), \quad (x, y, z) \in \Omega, \quad t > 0.$$

Boshlang‘ich shart:

$$P(x, y, z, 0) = P_0(x, y, z), \quad (x, y, z) \in \Omega.$$

Kirish chegarasidagi bosim sharti:

$$P|\Gamma_1 = P_{inlet}, \quad t > 0.$$

Oqim o‘tmaydigan chegaraning umumiy sharti:

$$\left[\frac{K_{frac}(D_f, D_T)}{\mu} \nabla P\right] \cdot n = 0, \quad x \in \Gamma_2, \quad t > 0.$$

Izotrop muhitda K_{frac} musbat skalyar bo‘lsa, ushbu shart quyidagiga teng kuchli:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \nabla P \cdot n = 0, \quad x \in \Gamma_2, \quad t > 0.$$

Bu yerda P = P(x, y, z, t) — bosim [Pa]; Ω — hisoblash sohasi; Γ_1 — kirish chegarasi; Γ_2 — oqim o‘tmaydigan chegara; n — tashqi birlik normal. Masalani to‘liq aniqlash uchun Γ_1 va Γ_2 chegaraning

(cc) BY

tegishli qismlarini qamrashi, qolgan qismlarga esa zarur shartlar berilishi kerak.

β [Pa^{-1}] — bosim bo‘yicha hajmiy saqlash koeffitsiyenti; tegishli chiziqlashtirilgan modelda $\beta = \varphi c_t$, bu yerda φ — g‘ovaklik, c_t [Pa^{-1}] — jami siqiluvchanlik. K_{frac} [m^2] — ichki o‘tkazuvchanlik; μ [Pa·s] — dinamik qovushqoqlik; q [s^{-1}] — birlik umumiy hajmga nisbatan hajmiy manba yoki yutilish tezligi. Musbat q oqim kirishini, manfiy q yutilishni bildiradi.

D_f va D_T — g‘ovak o‘lchamlari taqsimoti va kapillyar yo‘llar buramaliligining fraktal ko‘rsatkichlari.

Texnik tuzatish: anizotrop muhitda K_{frac} tenzor bo‘lishi mumkin. Bunday holda $\partial P/\partial n = 0$ sharti normal oqimning nol bo‘lishiga umumiy holda teng emas; yuqoridagi normal oqim sharti qo‘llanadi.

Natijalar. Tadqiqot doirasida ishlab chiqilgan matematik model va sonli hisoblash algoritmlari asosida C++ dasturlash tili va Qt/OpenGL muhitida ixtisoslashtirilgan hisoblash dasturiy moduli yaratildi. Dasturiy ta’minot orqali Menger gubkasi tipidagi 3D g‘ovakli muhit namunalari, yoriqsimon qumtoshlar hamda sintetik membranali filtrlar uchun bosim gradiyenti, oqim tezligi vektorlari va fraktal o‘tkazuvchanlik qiymatlari hisoblab chiqildi.

Eksperimentlarda g‘ovaklar o‘lchamlari diapazoni $r_{min} = 0.05$ mkm dan $r_{max} = 50$ mkm gacha bo‘lgan turli xil jins namunalari sinovdan o‘tkazildi. Har bir namuna uchun qoplama (Box-counting) usuli orqali fraktal o‘lcham D_f hamda kapillyar egriligi D_T aniqlanib, filtratsiya oqimining xarakteristikalari hisoblandi.

1-jadval.

G‘ovakli muhit namunalarining fraktal va gidrodinamik parametrlari

Namuna turi va tavsifi	G‘ovaklik, ϕ	Fraktal o‘lcham, D_f	Egrilik o‘lchami, D_T	O‘tkazuvchanlik, K (mD)	Oqim tezligi, v (sm/s)
G‘ovakli qumtosh (Sandstone A)	0.22	2.68	1.24	145.8	0.042
Yoriqsimon ohaktosh (Carbonate B)	0.14	2.81	1.42	38.5	0.018
Sintetik aerogel membranasi	0.68	2.45	1.12	580.2	0.165
Menger gubkasi modeli (S_3)	0.32	2.73	1.31	210.4	0.076
Zich gil qatlami (Clay shale)	0.08	2.92	1.65	2.1	0.001

1-jadval natijalaridan ko‘rinadiki, g‘ovaklikning fraktal o‘lchami D_f va kapillyarlar egrilik o‘lchami D_T o‘tkazuvchanlik koeffitsientiga keskin ta’sir ko‘rsatadi. D_T ko‘rsatkichining ortishi (masalan, zich gil qatlamida $D_T = 1.65$ gacha) gidravlik qarshilikni eksponensial oshirib, o‘tkazuvchanlikni bir necha o‘n barobarga pasaytiradi. Menger gubkasi modeli o‘zining fraktal nazariy o‘lchami ($D_f = 2.73$) bilan tabiiy qumtosh va karbonat jinslarining filtratsion xususiyatlarini yuqori aniqlikda ifodalashini tasdiqladi.

Taklif etilgan oshkormas sonli hisoblash algoritmining konvergensiyasi va hisoblash samaradorligini baholash maqsadida turli diskretlash qadamlari (panjara o‘lchamlari $N_x \times N_y \times N_z$) va vaqt oraliqlari (Δt) bo‘yicha qiyosiy tahlillar o‘tkazildi. Hisob-kitoblar Intel Core i7-3770 protsessori va OpenGL/GPU tezlatkichlarida bajarildi.

(cc) BY

2-jadval.

Sonli hisoblash algoritmining konvergensiyasi va aniqlik tahlili

Hisoblash to‘ri (tugunlar)	Vaqt qadami, Δt (s)	Iteratsiyalar soni	Hisoblash vaqti (s)	Nisbiy xatolik, L_2 (%)	Barqarorlik holati
64 × 64 × 64	0.05	120	4.2	1.82	Mutlaq barqaror
128 × 128 × 128	0.02	280	18.6	0.74	Mutlaq barqaror
256 × 256 × 256	0.01	650	84.3	0.28	Mutlaq barqaror
512 × 512 × 512	0.005	1420	412.0	0.11	Mutlaq barqaror

2-jadvalda keltirilgan hisoblash natijalari taklif etilgan ADI va chekli hajmlar algoritmining yuqori barqarorlikka ega ekanligini ko‘rsatadi. To‘r tugunlari soni 256^3 ga yetganda nisbiy xatolik L_2 normasi bo‘yicha 0.28% gacha kamayadi. An’anaviy Darsi modeli bilan qiyosiy taqqoslanganda, klassik model bosimning qatlam bo‘ylab tushishini 18–24% ga past baholagan, fraktal parametrli model esa real fizik eksperiment ma’lumotlari bilan deyarli to‘liq (moslik darajasi 97.2%) mos tushgan.

R-funksiyalar metodi (RFM) orqali chegaraviy sohalarni boshqarish tufayli hisoblash konveyerida chegaralarning piksellashuvi va geometrik buzilishlari bartaraf etildi. Natijada nurlarni kuzatish (Ray-marching) va hajm renderlash orqali g‘ovaklar ichidagi 3D tezlik va bosim oqimlarini real vaqt rejimida vizuallashtirishga erishildi.

Xulosa. Ushbu maqolada murakkab g‘ovakli muhitlarda fraktal parametrlar asosida suyuqlik va gaz filtratsiyasi jarayonlarini matematik modellashtirish hamda ularning sonli hisoblash algoritmlari ishlab chiqildi. Tadqiqot doirasida Menger gubkasi va R-funksiyalar metodi (RFM) yordamida g‘ovaklar fazosining analitik-konstruktiv modellari tuzilib, o‘tkazuvchanlik tenzorining fraktal o‘lcham D_f hamda egrilik D_T ga bog‘liqlik qonuniyatlari aniqlandi.

Ishning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat: birinchidan, g‘ovaklar taqsimoti va oqim chiziqlari egriligini o‘zida birlashtirgan modifikatsiyalangan fraktal Kozeni-Karman o‘tkazuvchanlik modeli shakllantirildi; ikkinchidan, R-funksiyalar nazariyasi asosida murakkab g‘ovakli chegaralar uchun analitik predikat tenglamalar tuzildi; uchinchidan, fraktal parametrli nochiziqli filtratsiya tenglamalarini uch o‘lchovli fazoda yechishning yuqori aniqlikdagi va mutlaq barqaror chekli ayirmalar/hajmlar sonli algoritmi (ADI) ishlab chiqildi.

Tadqiqot natijalari neft-gaz qatlamlaridan uglevodorodlarni qazib olish koeffitsientini oshirish, gidrogeologik monitoring, sanoat filtrlarini loyihalash hamda past o‘tkazuvchanlikka ega bo‘lgan qurilish materiallarining namlikka chidamliligini bashorat qilishda muhim amaliy ahamiyatga ega. Ishlab chiqilgan sonli dasturiy majmuani muhandislik hisoblash markazlari va geofizik modellashtirish tizimlarida qo‘llash tavsiya etiladi.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. – New York: W.H. Freeman and Company, 1982. – 468 p.
2. Anarova Sh.A., Narzulloyev O.M., Berdiyev G‘.R. Construction of the equation of fractals structure based on the Rvachev R-functions theories // IOP Conference Series: Journal of

(cc) BY

Physics. – 2019. – Vol. 1260. – 102002. – P. 1–8.
3. Berdiyev G‘.R. Me’morchilikda fraktal shakllarni kompyuter modellashtirish texnologiyasini ishlab chiqish // Arxitektura, qurilish va dizayn. – 2021. – №3. – B. 39–46.
4. Berdiev G., Djurayeva M. Designing fractal buildings using iterative function systems // Web of Scientist: International Scientific Research Journal. – 2022. – Vol. 3. – Issue 5. – P. 983–992.
5. Mirzayev S.M. Me’morchilikdagi fraktal tuzilmalarni kompyuterli modellashtirish: Magistrlik dissertatsiyasi. – Qarshi: Axborot texnologiyalari va menejment universiteti, 2026. – 115 b.
6. Sadullayeva Sh.A., Berdiyev G‘.R., Saidkulov E.A. Me’moriy fraktal shakllarning tahlili va istiqboldagi o‘rni // Muhammad al-Xorazmiy avlodlari. – Toshkent, 2021. – №2(16). – B. 142–148.
7. Nazirova E., Nematov A., Mahmudova M. Algorithm for solving boundary value problems of parabolic equations and 3D visualization of results // Proceedings of ICISCT 2021. – Tashkent: IEEE, 2021. – P. 1–5.

(cc) BY *dtai.uz*