ISSN: 3030-3346

АДАПТИВНАЯ ОЦЕНКА ЛОКАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ОБЛАКА ТОЧЕК ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ЗОН НЕДОСТАТОЧНОГО СКАНИРОВАНИЯ

Кудратов Султан Гуламович

Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий, доцент кафедры технологий программирования
E-mail: s.kudratov@gmail.com

K E Y W O R D S

облако точек, локальная плотность, недостаточное сканирование, адаптивная окрестность, робастная плоскость, IRLS, нормаль поверхности, выбросы, цифровой мониторинг

A B S T R A C T

Предложен метод выявления локальных зон недостаточного сканирования в неорганизованных облаках точек. В отличие от оценки плотности при заранее фиксированном числе соседей или радиусе, реализован связанный вложенный выбор: для каждого кандидатного масштаба робастные веса уточняются внутренним циклом IRLS, а внешний критерий выбирает окрестность по устойчивости нормали. Локальная поверхность аппроксимируется плоскостью методом итеративно перевзвешенных наименьших квадратов с функцией Тьюки. Для каждого кандидатного масштаба оцениваются бутстреп-изменчивость нормали, межмасштабное отклонение и планарность. Плотность определяется через эффективный размер выборки и площадь проекции окрестности на касательную плоскость. Зоны разрежения отделяются от геометрических границ и участков повышенной кривизны. На девяти тестовых реализациях для плоскости, цилиндра и плавной волнообразной поверхности средняя угловая ошибка нормалей уменьшена с 3,656° для фиксированного PCA до 1,796°, а F1-мера обнаружения повышена с 0,435 до 0,512. Установлено, что адаптивный невзвешенный вариант иногда обеспечивает более высокую полноту (Recall), тогда как связанный выбор масштаба и весов даёт наименьшую угловую ошибку и наибольшую точность положительных решений. Результаты задают область применимости метода и показывают необходимость отдельной настройки порога дефицита для задач с приоритетом полноты.

I. ВВЕДЕНИЕ

Облака точек, получаемые лазерным сканированием, фотограмметрией и глубинными камерами, используются для цифрового мониторинга инженерных объектов. Качество последующей регистрации, реконструкции и диагностики зависит не только от координатной точности, но и от полноты пространственного покрытия. Локальный дефицит точек возникает из-за затенения, неблагоприятного угла падения луча, ограниченной дальности, слабой отражательной способности и ошибок объединения сканов. При этом простое уменьшение числа соседей не является достаточным признаком дефекта: низкая плотность закономерно наблюдается у границ объекта и при изменении геометрии.

Классическая оценка нормали основана на PCA локальной ковариационной матрицы [1–3]. Выбор масштаба существенно влияет на результат: малая окрестность чувствительна к шуму, а большая сглаживает кривизну и пересекает границы. В работах [4–7] предложены многомасштабные и оптимальные окрестности, однако масштаб обычно выбирается отдельно от механизма подавления выбросов. Робастные методы локальной аппроксимации и фильтрации [8–10] повышают устойчивость к выбросам, но при фиксированном масштабе не устраняют неоднозначность между шумом и геометрией. Методы постобработки сканов и сравнительного оценивания нормалей [11–12] решают смежные задачи, но не формируют связанный вложенный критерий выбора. M-оценки задают робастную функцию потерь, а

(cc) BY

алгоритм IRLS реализует её численное решение посредством итеративного пересчёта весов наблюдений [13–15, 18].

Цель исследования — разработать метод выявления зон недостаточного сканирования, в котором масштаб окрестности и веса точек выбираются совместно по устойчивости локальной нормали. Проверяемая гипотеза состоит в том, что такое объединение уменьшает угловую ошибку нормалей и повышает надёжность карты дефицита по сравнению с фиксированными окрестностями. Научная новизна состоит в связанном вложенном выборе масштаба и робастных весов: для каждого кандидатного масштаба внутренний цикл IRLS уточняет веса, а внешний критерий выбирает окрестность по бутстреп- и межмасштабной устойчивости нормали. Дополнительными результатами являются оценка эффективной плотности на касательной плоскости и классификационное правило, учитывающее границы, кривизну и надёжность нормали.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА И МЕТОД

Пусть измеренное облако задано конечным множеством $\mathrm{P} = \{\mathrm{p_i}\}_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{N}} \subset \mathbb{R}^3$:

$$p_i = s_i + \varepsilon_i + o_i, \qquad i = 1, \dots, N. \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{s}_\mathrm{i}$ — неизвестная точка истинной поверхности, $\boldsymbol{\varepsilon}_\mathrm{i}$ — координатный шум, $\mathbf{o}_\mathrm{i}$ — добавка выброса, равная нулю для корректного измерения. Перед вычислениями координаты центрируются и нормируются на характерный размер L, равный диагонали ограничивающего параллелепипеда исходной поверхности; далее $\mathbf{p}_\mathrm{i}$ обозначает нормированные координаты. Поэтому все величины в формулах являются безразмерными, а единая стабилизирующая константа $\varepsilon = 10^{-12}$ размерностно согласованно используется только в потенциально вырожденных знаменателях.

Для каждой опорной точки формируется семейство k-ближайших окрестностей

$$\mathcal{N}_i(k) = \{p_{i_1}, \dots, p_{i_k}\}, \qquad k \in \mathcal{K}, \qquad \mathcal{K} = \{12,20,32\}. \qquad (2)$$

Для каждого $\mathrm{k} \in \mathrm{K}$ локальная плоскость определяется как робастная задача по единичной нормали и скалярному смещению:

$$\left(\hat{\boldsymbol{n}}_i(k), \hat{b}_i(k)\right) = argmin_{\|\boldsymbol{n}\|_2=1,\, b}\ Q_i(\boldsymbol{n}, b; k). \qquad (3)$$

Здесь $\mathrm{Q_i}(\mathbf{n}, \mathrm{b}; \mathrm{k}) = \sum_{\mathbf{p_j} \in \mathrm{N_i(k)}} \mathrm{w_{ij}^{dist}}\, \mathrm{w_{ij}^{qual}} \rho_\mathrm{T}(\mathrm{u_{ij}})$, $\mathrm{u_{ij}} = \left(\mathbf{n}^\mathrm{T}\mathbf{p_j} - \mathrm{b}\right)/(\sigma_\mathrm{i} + \varepsilon)$; $\mathbf{n}$ — единичная нормаль, b — скалярное смещение плоскости, ρ_T — функция потерь Тьюки, $\sigma_\mathrm{i} = 1{,}4826\, \mathrm{med_j}\left|\mathrm{r_{ij}} - \mathrm{med}_\ell \mathrm{r_{i\ell}}\right|$ — робастный масштаб остатков $\mathrm{r_{ij}} = \mathbf{n}^\mathrm{T}\mathbf{p_j} - \mathrm{b}$. После каждого шага IRLS принимается $\mathrm{b} = \mathbf{n}^\mathrm{T}\boldsymbol{\mu}_\mathrm{i}^\mathrm{w}$, поэтому положение плоскости задаётся однозначно.

Функция Тьюки задаётся кусочно с константой отсечения $\mathrm{c_T} = 4.685$ [18]:

$$\rho_T(u) = \begin{cases} \dfrac{c_T^2}{6}\left[1 - (1 - (u/c_T)^2)^3\right], & |u| \le c_T, \\ \dfrac{c_T^2}{6}, & |u| > c_T. \end{cases} \qquad c_T = 4.685. \qquad (3a)$$

Итоговый вес представляется произведением

$$w_{ij} = w_{ij}^{dist} w_{ij}^{rob} w_{ij}^{qual}, \qquad w_{ij}^{dist} = exp\left[-\left(\frac{d_{ij}}{h_i + \varepsilon}\right)^2\right]. \qquad (4)$$

$$w_{ij}^{rob} = \left[1 - \left(\frac{u_{ij}}{c_T}\right)^2\right]^2 \mathbf{1}\{|u_{ij}| \le c_T\}.$$

Здесь $\mathrm{d_{ij}} = \| \mathbf{p_j} - \mathbf{p_i} \|_2$, $\mathrm{h_i}$ — 80-й процентиль расстояний, $\mathrm{u_{ij}} = \mathrm{r_{ij}}/(\sigma_\mathrm{i} + \varepsilon)$, а $\mathrm{w_{ij}^{qual}} = 1$ при отсутствии атрибутов интенсивности и дальности. На каждой итерации IRLS вычисляются

$$\boldsymbol{\mu}_i^w = \frac{\sum_j w_{ij}\, \boldsymbol{p}_j}{\sum_j w_{ij} + \varepsilon}, \qquad \boldsymbol{C}_i^w = \frac{\sum_j w_{ij} \left(\boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{\mu}_i^w\right)\left(\boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{\mu}_i^w\right)^T}{\sum_j w_{ij} + \varepsilon}. \qquad (5)$$

(cc) BY

Нормалью служит собственный вектор матрицы C_i^w, соответствующий наименьшему собственному значению λ_3, где $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0$.

Внутренний цикл IRLS останавливается при стабилизации центра и ковариации либо после достижения предельного числа итераций. В расчётах использованы $\tau_{IRLS} = 10^{-4}$ и $t_{max} = 20$:

$$\Delta_{\mu,i}^{(t)} = \frac{\| \boldsymbol{\mu}_i^{w,(t)} - \boldsymbol{\mu}_i^{w,(t-1)} \|_2}{\| \boldsymbol{\mu}_i^{w,(t-1)} \|_2 + \varepsilon}. \qquad (5a)$$

$$\Delta_{C,i}^{(t)} = \frac{\| \boldsymbol{C}_i^{w,(t)} - \boldsymbol{C}_i^{w,(t-1)} \|_F}{\| \boldsymbol{C}_i^{w,(t-1)} \|_F + \varepsilon}. \qquad (5b)$$

$$max\{\Delta_{\mu,i}^{(t)}, \Delta_{C,i}^{(t)}\} < \tau_{IRLS} \quad или \quad t = t_{max}. \qquad (5c)$$

Для каждого масштаба выполняются $B = 30$ повторных подвыборок без возвращения; размер подвыборки равен 80% от k с округлением вверх. К координатам дополнительно прибавляется возмущение $\mathcal{N}(\mathbf{0}, (0{,}1\sigma_i)^2\mathbf{I})$. Из-за неопределённости знака нормали угловая функция вычисляется в градусах как $\theta(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{180}{\pi}\arccos\Big(\mathrm{clip}(|\mathbf{a}^\top\mathbf{b}|, 0{,}1)\Big)$;

$$\delta_i^{boot}(k) = \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} \theta\left(\hat{\boldsymbol{n}}_i(k), \hat{\boldsymbol{n}}_i^{(b)}(k)\right). \qquad (6)$$

Межмасштабная изменчивость оценивается по соседним значениям упорядоченного множества K: для крайних масштабов используется один сосед, для внутреннего — два.

$$\delta_i^{scale}(k) = mean_{k' \in adj(k)} \theta\big(\hat{\boldsymbol{n}}_i(k), \hat{\boldsymbol{n}}_i(k')\big). \qquad (7)$$

Спектральная планарность имеет вид

$$P_i(k) = \frac{\lambda_2(k) - \lambda_3(k)}{\lambda_1(k) + \varepsilon}. \qquad (8)$$

Выбирается масштаб, минимизирующий комбинированный функционал

$$J_i(k) = \frac{\delta_i^{boot}(k)}{10^\circ} + 0{,}40\,\frac{\delta_i^{scale}(k)}{10^\circ} + 0{,}35\big(1 - P_i(k)\big) + S_i(k). \qquad (9)$$

$$S_i(k) = 0{,}10\sqrt{\frac{n_{min}}{n_{eff,i}(k) + \varepsilon}}, \quad n_{min} = 12, \qquad \hat{k}_i = argmin_{k \in K} J_i(k).$$

Коэффициенты $0{,}40$, $0{,}35$ и $0{,}10$ в (9) были выбраны на отдельной валидационной реализации, не входившей в итоговые тесты. Первые два угловых слагаемых нормированы на 10°, а последнее слагаемое штрафует малый эффективный, а не номинальный размер окрестности.

Чтобы точки с малыми робастными весами не завышали плотность, используется эффективный размер выборки типа Киша, применённый к IRLS-весам [19]:

$$n_{eff,i}(k) = \frac{\left(\sum_j w_{ij}(k)\right)^2}{\sum_j w_{ij}^2(k) + \varepsilon}. \qquad (10)$$

Надёжными считаются соседи, для которых $w_{ij} \geq 0{,}1\max_\ell w_{i\ell}$. После их проекции на касательную плоскость вычисляется площадь A_i^{tan} выпуклой оболочки и плотность. Если остаётся менее трёх неколлинеарных точек, принимается $q_i = 0$ и плотность не классифицируется.

$$\hat{\rho}_i = \frac{n_{eff,i}(k_i^*)}{A_i^{tan} + \varepsilon}. \qquad (11)$$

Для синтетических данных опорная плотность ρ_{ref} принималась равной медиане по точкам с достаточной планарностью и угловым покрытием. Порог τ_D для каждого сравниваемого метода выбирался на отдельной валидационной реализации по сетке $0{,}0{,}01, \ldots, 1$ по максимуму F1; при равенстве F1 выбирался больший порог, после чего он фиксировался для всех девяти тестов. Индекс дефицита и классификационное правило задаются как

(cc) BY

$$D_i = max\left(0{,}1 - \frac{\hat{\rho}_i}{\rho_{ref} + \varepsilon}\right), \qquad z_i = \mathbf{1}\{D_i > \tau_D \ \wedge \ q_i = 1\}. \qquad (12)$$

Угловое покрытие определяется как $a_i = 1 - \Delta\varphi_{max}/(2\pi)$, где $\Delta\varphi_{max}$ — максимальный круговой разрыв между упорядоченными полярными углами проекций надёжных соседей. Индикатор $q_i = 1$, если одновременно $a_i \geq 0{,}40$, $P_i \geq 0{,}08$, $\lambda_3/(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \varepsilon) < 0{,}06$, $\delta_i^{boot} < 12°$ и $A_i^{tan} > \varepsilon$; иначе $q_i = 0$. Тем самым край объекта, вырожденная оболочка или неустойчивая нормаль не интерпретируются автоматически как недостаточное сканирование.



Рисунок 1. Схема предложенного алгоритма

Алгоритм включает: поиск кандидатных окрестностей; внутреннюю IRLS-аппроксимацию для каждого масштаба; внешний выбор масштаба по минимуму $J_i(k)$; повторное оценивание нормали; вычисление (10)–(12); удаление на взаимном 8-NN-графе компонент, содержащих менее пяти точек или менее 0,5% облака — используется большее из двух ограничений. Поиск соседей реализуется функцией knnsearch [17]; сопоставимый инструментарий обработки облаков точек представлен в PCL [16]. При заранее найденных соседях вычислительная сложность оценивается как $O(N|K|Bt_{max}k_{max})$ для собственных разложений матриц 3×3.

III. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Использованы плоскость $z = 0$, фрагмент единичного цилиндра $x^2 + y^2 = 1$ и поверхность $z = 0{,}12\sin(\pi x)\cos(\pi y)$; для всех поверхностей параметрическая область задавалась квадратом $[-1,1]^2$. Зона дефицита задавалась кругом радиуса $0{,}25L$ в параметрической области, в котором случайно удалялось 65% исходных отсчётов; затем добавлялись гауссовский шум и равномерные выбросы внутри ограничивающего параллелепипеда, расширенного на 10%. Для базового PCA с фиксированным радиусом использовалось $r_0 = med_i d_{i,(20)}$, вычисленное только на валидационной реализации и затем зафиксированное. Итоговые значения усреднены по трём поверхностям и независимым seed 101, 202 и 303, то есть по девяти тестам.

Таблица 1.

Параметры вычислительного эксперимента

Параметр	Значение
Базовое число точек	600
Поверхности	плоскость z=0; фрагмент единичного цилиндра $x^2+y^2=1$; $z=0{,}12\sin(\pi x)\cos(\pi y)$; параметрическая область $[-1,1]^2$

(cc) BY

Параметр	Значение
Кандидатные масштабы и радиус	k={12, 20, 32}; r_0=med$_i$ d_i,(20) по отдельной валидационной реализации
Координатный шум	σ/L=0,005 в основном сравнении; 0–0,01 в тесте устойчивости
Доля выбросов	10% в основном сравнении; 0–20% в тесте устойчивости; область — ограничивающий параллелепипед +10%
Дефицит в заданной зоне	круг радиуса 0,25L в параметрической области; 65% удалённых точек
Бутстреп и возмущения	B=30; размер подвыборки — 80% от k с округлением вверх, без возвращения; добавочный шум 0,1σ
Случайные начальные значения (seed)	101, 202, 303
Метрики	MAE, P95, Precision, Recall, F1, IoU, время
Нормирование и стабилизация	L — диагональ ограничивающего параллелепипеда исходной поверхности; ε=10^{-12}
IRLS	cT=4,685; τIRLS=10^{-4}; tmax=20
Порог и постобработка	τD: сетка 0:0,01:1 по валидационной реализации; взаимный 8-NN-граф; минимум 5 точек

Угловая ошибка на точках с известной истинной нормалью вычислялась в градусах с учётом неопределённости её знака:

$$e_i = \frac{180}{\pi} arccos\left(clip\left(\left|\hat{\boldsymbol{n}}_i^T \boldsymbol{n}_i^{true}\right|, 0,1\right)\right), \qquad MAE_n = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} e_i . \qquad (13)$$

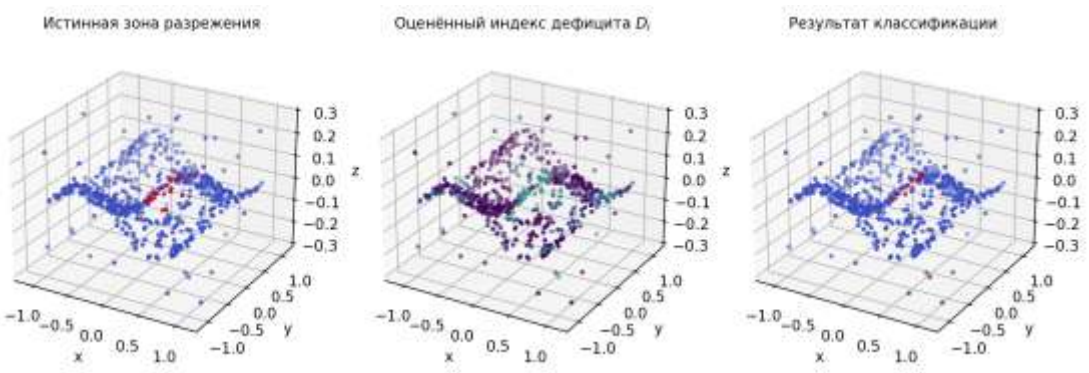
Для классификации использовались точность положительных решений (Precision), полнота (Recall), F1-мера и IoU:

$$Precision = \frac{TP}{TP + FP + \varepsilon}, \qquad Recall = \frac{TP}{TP + FN + \varepsilon}. \qquad (14a)$$

$$F1 = \frac{2\, Precision\, Recall}{Precision + Recall + \varepsilon}, \qquad IoU = \frac{TP}{TP + FP + FN + \varepsilon}. \qquad (14b)$$

Здесь TP , FP и FN — числа истинно положительных, ложноположительных и ложноотрицательных решений соответственно.

На рисунке 2 показан характерный пример с плавной кривизной. Робастное перевзвешивание подавляет пространственные выбросы, а индекс D_i выделяет разреженную область без сплошной маркировки краёв.



(cc) BY *dtai.uz*

Рисунок 2. Истинная зона разрежения, индекс дефицита и результат классификации

Таблица 2.

Средние результаты по девяти тестовым реализациям, среднее ± стандартное отклонение

Метод	MAE нормали, °	P95, °	Precision	Recall	F1	IoU	Время, с
Фиксированный k=20, PCA	3.656±0.418	10.787±1.860	0.671	0.353	0.435±0.103	0.283	0.621
Фиксированный радиус, PCA	3.866±0.365	11.765±2.101	0.341	0.469	0.390±0.069	0.244	0.631
Робастная плоскость, фиксированный k=20	1.880±0.464	**4.307±1.303**	**0.734**	0.418	0.476±0.132	0.322	1.598
Адаптивный k без весов	2.643±0.503	6.907±1.180	0.658	**0.480**	**0.534±0.091**	**0.369**	2.943
Предложенный метод	**1.796±0.683**	4.508±1.924	0.727	0.449	0.512±0.139	0.355	8.456

Все показатели вычислялись для каждой реализации отдельно и затем независимо усреднялись; поэтому табличное среднее F1 не обязано совпадать с гармоническим средним табличных средних Precision и Recall. Предложенный вариант уменьшил MAE относительно фиксированного PCA на 50,9%, а P95 — на 58,2%; F1 повысился на 17,7%, IoU — на 25,4%. Минимальный средний MAE, $1,796^{\circ}$, получен предложенным методом, тогда как минимальный P95, $4,307^{\circ}$, дала робастная плоскость с фиксированным $k = 20$. Адаптивный невзвешенный вариант показал наибольшие F1=0,534 и IoU=0,369 благодаря большей полноте. Следовательно, предложенный метод является лучшим по средней угловой ошибке и представляет компромисс между точностью положительных решений и полнотой; разные приоритеты требуют разных настроек τ_D.

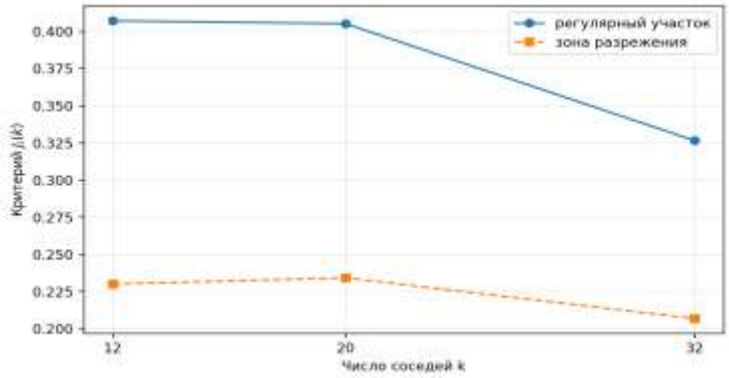


Рисунок 3. Значение критерия выбора масштаба для регулярной и разреженной областей

Минимум критерия $J_i(k)$ на рисунке 3 смещается к большему k, когда расширение окрестности действительно стабилизирует нормаль. Штраф $1 - P_i(k)$ ограничивает расширение на криволинейных участках, а слагаемое с $n_{eff,i}(k)$ не позволяет выбирать формально большую, но фактически малоинформативную окрестность.

(cc) BY

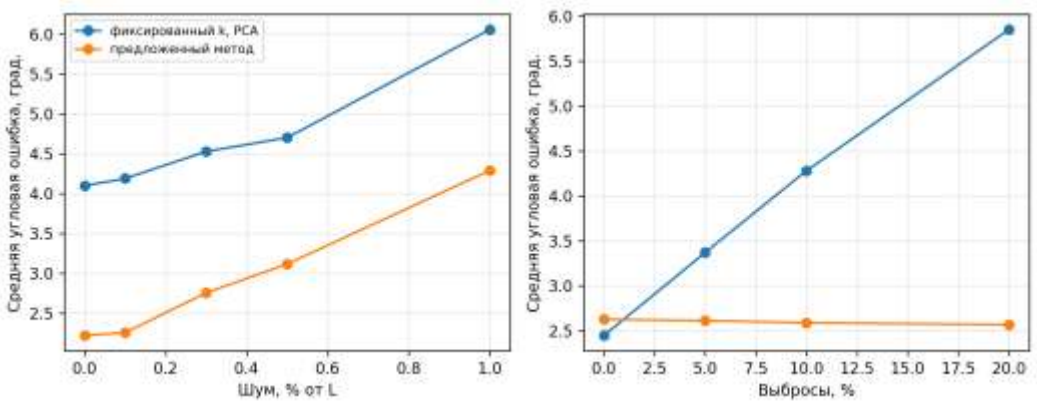


Рисунок 4. Устойчивость угловой оценки к координатному шуму и выбросам

Рисунок 4 показывает, что при росте доли выбросов от 0 до 20% ошибка фиксированного PCA увеличилась с 2,444° до 5,850°, тогда как у предложенного метода сохранилась около 2,6°. При максимальном исследованном шуме 1% от характерного размера L ошибка составила 4,291° против 6,057° у фиксированного PCA.

Таблица 3.

Абляционное сравнение на волнообразной поверхности ($\sigma/\mathrm{L} = 0.005$, 10% выбросов)

Вариант	MAE, °	F1	IoU
Фиксированный PCA, без обоих механизмов	4.157	0.294	0.172
Робастные веса без адаптации масштаба	2.216	0.353	0.214
Адаптивный масштаб без робастных весов	3.075	**0.558**	**0.387**
Совместный выбор масштаба и весов	**2.363**	0.513	0.345

Абляция подтверждает, что веса главным образом снижают геометрическую ошибку, а адаптивный масштаб повышает чувствительность к зоне разрежения. Их совместное использование даёт компромисс между качеством нормали и точностью классификации. На рассмотренной реализации фильтр границ не изменил итоговую компоненту, поскольку ложные крайние точки уже не прошли критерий планарности; на объектах с открытыми границами этот фильтр должен проверяться отдельно.

IV. ОБСУЖДЕНИЕ

Полученные результаты подтверждают основную часть гипотезы: связанный вложенный выбор масштаба и робастных весов обеспечивает минимальную среднюю угловую ошибку нормали при шуме и выбросах и сохраняет высокую точность положительных решений. Для каждого кандидатного k веса уточняются внутренним циклом IRLS, после чего внешний критерий $J_i(k)$ выбирает масштаб по воспроизводимости направления нормали. Эффективный размер выборки исключает искусственное увеличение плотности за счёт точек с почти нулевым весом.

Одновременно выявлено ограничение: максимальная F1-мера не гарантируется одной и той же настройкой, поскольку робастное подавление уменьшает полноту в переходной части зоны. Для задач обследования, где пропуск дефекта критичнее ложной тревоги, рекомендуется снижать τ_D либо использовать двухпороговое решение. Для реальных сканов глобальная ρ_{ref} должна быть заменена локальной моделью, учитывающей дальность, угол падения луча и пространственно меняющийся шаг сканирования. Дополнительные ограничения связаны с вычислительной стоимостью бутстреп-процедуры и необходимостью проверки на реальных данных с размеченными пропусками.

(cc) BY

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод адаптивной оценки локальной плотности облака точек. Его отличительная особенность и научная новизна — связанный вложенный выбор масштаба и робастных весов: внутренний цикл IRLS уточняет веса для каждого k, а внешний критерий $J_i(k)$ выбирает окрестность по устойчивости нормали и эффективному размеру выборки. Введена эффективная плотность, объединяющая n_{eff} и площадь проекции на касательную плоскость. Предложено правило отделения недостаточного сканирования от границ, кривизны и вырожденных локальных конфигураций.

На девяти синтетических тестах MAE нормали уменьшена на 50,9% относительно фиксированного PCA, P95 — на 58,2%, F1 увеличена с 0,435 до 0,512. При 20% выбросов угловая ошибка предложенного метода оставалась около $2,6°$, тогда как базовая достигла $5,85°$. Экспериментально подтверждена эффективность связанного выбора масштаба и робастных весов прежде всего по средней угловой ошибке и точности положительных решений; при этом для максимизации полноты требуется отдельная калибровка порога. Дальнейшая работа должна включать локальную модель эталонной плотности, связные компоненты на графе поверхности и испытания на реальных облаках инженерных объектов.

Сведения о проекте. Работа выполнена в инициативном порядке в рамках исследований по математической обработке облаков точек для цифрового мониторинга инженерных объектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hoppe H., DeRose T., Duchamp T., McDonald J., Stuetzle W. Surface reconstruction from unorganized points // Proceedings of ACM SIGGRAPH 1992. New York: ACM, 1992. Vol. 26, No. 2. P. 71–78. DOI: 10.1145/133994.134011.
2. Mitra N.J., Nguyen A. Estimating surface normals in noisy point cloud data // Proceedings of the Nineteenth Annual Symposium on Computational Geometry. New York: ACM, 2003. P. 322–328. DOI: 10.1145/777792.777840.
3. Pauly M., Keiser R., Gross M. Multi-scale feature extraction on point-sampled surfaces // Computer Graphics Forum. 2003. Vol. 22, No. 3. P. 281–289. DOI: 10.1111/1467-8659.00675.
4. Lalonde J.-F., Unnikrishnan R., Vandapel N., Hebert M. Scale selection for classification of point-sampled 3-D surfaces // Proceedings of the Fifth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling. Ottawa: IEEE, 2005. P. 285–292. DOI: 10.1109/3DIM.2005.71.
5. Demantké J., Mallet C., David N., Vallet B. Dimensionality based scale selection in 3D LiDAR point clouds // International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. 2011. Vol. XXXVIII-5/W12. P. 97–102. DOI: 10.5194/isprsarchives-XXXVIII-5-W12-97-2011.
6. Weinmann M., Jutzi B., Mallet C. Semantic 3D scene interpretation: a framework combining optimal neighborhood size selection with relevant features // ISPRS Annals of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. 2014. Vol. II-3. P. 181–188. DOI: 10.5194/isprsannals-II-3-181-2014.
7. Weinmann M., Jutzi B., Hinz S., Mallet C. Semantic point cloud interpretation based on optimal neighborhoods, relevant features and efficient classifiers // ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. 2015. Vol. 105. P. 286–304. DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2015.01.016.
8. Boulch A., Marlet R. Fast and robust normal estimation for point clouds with sharp features // Computer Graphics Forum. 2012. Vol. 31, No. 5. P. 1765–1774. DOI: 10.1111/j.1467-8659.2012.03181.x.
9. Fleishman S., Cohen-Or D., Silva C.T. Robust moving least-squares fitting with sharp features // ACM Transactions on Graphics. 2005. Vol. 24, No. 3. P. 544–552. DOI: 10.1145/1073204.1073227.
10. Schall O., Belyaev A., Seidel H.-P. Robust filtering of noisy scattered point data // Proceedings of the Eurographics/IEEE VGTC Symposium on Point-Based

(cc) BY

Graphics. New York: IEEE, 2005. P. 71–77. DOI: 10.1109/PBG.2005.194067.
11. Weyrich T., Pauly M., Keiser R., Heinzle S., Scandella S., Gross M. Post-processing of scanned 3D surface data // SPBG'04 Symposium on Point-Based Graphics. Aire-la-Ville: Eurographics Association, 2004. P. 85–94. DOI: 10.2312/SPBG/SPBG04/085-094.
12. Dey T.K., Li G., Sun J. Normal estimation for point clouds: a comparison study for a Voronoi based method // Proceedings of the Eurographics/IEEE VGTC Symposium on Point-Based Graphics. Aire-la-Ville: Eurographics Association, 2005. P. 39–46. DOI: 10.2312/SPBG/SPBG05/039-046.
13. Huber P.J. Robust estimation of a location parameter // The Annals of Mathematical Statistics. 1964. Vol. 35, No. 1. P. 73–101. DOI: 10.1214/aoms/1177703732.
14. Holland P.W., Welsch R.E. Robust regression using iteratively reweighted least-squares // Communications in Statistics - Theory and Methods. 1977. Vol. 6, No. 9. P. 813–827. DOI: 10.1080/03610927708827533.
15. Rousseeuw P.J., Leroy A.M. Robust Regression and Outlier Detection. New York: John Wiley & Sons, 1987. 329 p. DOI: 10.1002/0471725382.
16. [16] Rusu R.B., Cousins S. 3D is here: Point Cloud Library (PCL) // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Shanghai: IEEE, 2011. P. 1–4. DOI: 10.1109/ICRA.2011.5980567.
17. MathWorks. knnsearch: Find k-nearest neighbors using input data. MATLAB Statistics and Machine Learning Toolbox Documentation. Natick: The MathWorks, Inc. URL: https://www.mathworks.com/help/stats/knnsearch.html (дата обращения: 10.07.2026).
18. Beaton A.E., Tukey J.W. The Fitting of Power Series, Meaning Polynomials, Illustrated on Band-Spectroscopic Data // Technometrics. 1974. Vol. 16, No. 2. P. 147–185. DOI: 10.1080/00401706.1974.10489171.
19. Kish L. Survey Sampling. New York: Wiley, 1965. 643 p.

(cc) BY